

摄像机镜头非线性畸变校正方法综述

杨必武 郭晓松

(第二炮兵工程学院 202 教研室, 西安 710025)

摘要 由于加工误差和装配误差的存在,摄像机光学系统与理想的小孔透视模型有一定的差别,致使物体点在摄像机图像平面上实际所成的像与理想成像之间存在不同程度的非线性光学畸变。为了提高图像检测、模式匹配等定量分析的准确性,必须对这一类畸变进行修正。近年来,国内外学者就此问题进行了大量的研究,为了使人们概略地了解该领域的研究现状,为此首先介绍了摄像机成像模型与镜头非线性畸变模型,并回顾总结了摄像机镜头非线性畸变校正方法,然后进一步提出从原理上将这些方法分为基于控制对象的方法和基于模式的方法两大类,最后分析比较了各种方法的优缺点。

关键词 摄像机 镜头 非线性畸变 校正

中图分类号: TP391.41 TN942.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)03-0269-06

Overview of Nonlinear Distortion Correction of Camera Lens

YANG Bi-wu, GUO Xiao-song

(The 202 Teaching and Searching Section of the Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025)

Abstract Because of having processing error and assembling error the difference exists in the model of the camera optical system and pinhole model, which results to nonlinear distortion between real image and ideal image to some extent. To improve the accuracy of such quantitative analysis as image measuring and pattern matching, it must be corrected. Recently, many scholars have a lot of research on this problem. To open the present state of this field before everyone, the models about camera imaging and lens nonlinear distortion are introduced, and the correction methods of nonlinear distortion of camera lens are viewed, which are divided into the method based on controlling object and the method based on pattern. Finally, the application problems are analyzed and compared.

Keywords camera, lens, nonlinear distortion, correction

1 引言

目前,计算机视觉系统正在工业、交通、医疗、军事等领域得到广泛应用,为了获取大视场的景物视频信息,人们常常使用短焦距摄像机镜头。由于加工误差和装配误差的存在,摄像机光学系统与理想的小孔透视模型(pin-hole model)有一定的差别,从而使物体点在摄像机图像平面上实际所成的像与理想成像之间存在不同程度的非线性光学畸变,人们通常把这种非线性变形称之为非线性畸变。为了

提高图像检测、模式匹配等定量分析的准确性,必须对这一类畸变进行修正,其修正方法一般是在原模型关系中引入反映畸变影响的修正参数,然后基于控制点或其他方法求解修正系数来对图像进行校正。20世纪70年代中期,以Faig为代表的学者采用非线性优化技术开始了图像校正的研究,其主要应用是应用在遥感摄影测量领域^[1]。20世纪80年代图像非线性校正日渐成为国外学术界研究的热点,我国在这方面的研究基本上是从20世纪90年代开始的。目前国内外学者已经就摄像机非线性校正提出了数十种方法,从原理上可分为控制目标法和模式

收稿日期:2004-03-20; 改回日期:2004-12-14

第一作者简介:杨必武(1976~),男,2001年获第二炮兵工程学院兵器发射理论与技术专业工学硕士学位,现为该专业在读博士研究生。主要从事图像识别、计算机视觉及应用研究。近年来发表论文20余篇,获军队科技进步一、三等奖各1项。E-mail: ybw202@126.com

方法两类。这些方法各有千秋,本文选择了 8 种较具代表性的方法进行了系统地阐述和总结。

2 摄像机成像模型与镜头非线性畸变模型

摄像机成像模型通常隶属于以下 4 个坐标系:世界坐标系(X_w, Y_w, Z_w),光心坐标系(X_c, Y_c, Z_c),图像坐标系(X, Y),计算机像素坐标系(U, V)。根据小孔透视模型,无畸变的线性成像系统的成像过程可以用下式表示:

$$z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\Delta x & 0 & u_0 \\ 0 & 1/\Delta y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, f 为镜头焦距, Δx 、 Δy 分别为 CCD (charge-coupled device) 在 X 和 Y 方向的像素点间距,即像素分辨率; u_0 、 v_0 分别为光心在计算机帧存图像像素坐标系中 U 和 V 方向的坐标, \mathbf{R} 为世界坐标系到光心坐标系的旋转矩阵, \mathbf{t} 为世界坐标系到光心坐标系的位移向量。式(1)的 3 次矩阵乘法对应着摄像机成像过程的以下 3 次坐标变换:①从世界坐标系到光心坐标系的旋转和平移变换;②从光心坐标系到图像坐标系的透视变换;③从图像坐标系到计算机帧存图像像素坐标系的成像变换。

摄像机成像过程中的非线性失真来源于多个方面,它们包括 CCD 的制造误差、镜头中的镜片的曲面误差、镜头中各镜片间的轴向间距、多个透镜的对中误差,其中镜头镜片组合间距误差产生的变形最为严重,其次是各镜片本身的曲线误差的影响。这些因素产生的非线性变形综合效果可用以下的数学模型来表示:

$$\begin{aligned} \delta_x &= k_1 x(x^2 + y^2) + (q_1(3x^2 + y^2) + 2q_2 xy) + s_1(x^2 + y^2) \\ \delta_y &= k_2 y(x^2 + y^2) + (q_2(3x^2 + y^2) + 2q_1 xy) + s_2(x^2 + y^2) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, δ_x 、 δ_y 分别为图像像素点在图像坐标系中 X 和 Y 方向的变形量, x 、 y 分别是图像坐标系中的像素点的坐标, k_1 、 k_2 、 q_1 、 q_2 、 s_1 、 s_2 分别为变形系数。上式中的 3 部分分别对应着径向畸变、离心畸变和薄棱镜畸变。一般认为,在短焦距光学镜头中,由于径向

畸变起主要作用,而离心畸变和薄棱镜畸变则影响较小,因此校正的主要是径向误差^[2,3]。由此可得镜头的误差表达式为

$$\delta_x = k_1 x(x^2 + y^2), \delta_y = k_2 y(x^2 + y^2) \quad (3)$$

即

$$\hat{x} = x(1 + k_1 r^2), \hat{y} = y(1 + k_2 r^2) \quad (4)$$

式中, $r^2 = x^2 + y^2$, \hat{x} 和 \hat{y} 分别是与实际图像中的坐标为 x 和 y 相对应的变形校正后的坐标。由此可见,摄像机镜头非线性畸变校正的过程实质上便是求解非线性变形系数 k_1 、 k_2 的过程。

3 摄像机非线性畸变校正方法

目前,已经提出来的摄像机非线性畸变校正方法,按原理可分为基于控制对象的方法和模式法两大类,其中基于控制对象的方法,其一般原理是利用控制对象(包括点、直线或其他特征对象)对目标的控制函数进行优化来实现对图像的非线性校正;模式法是基于摄像机姿态模型和光学特性模型来对摄像机非线性畸变进行校正的方法。具体的校正方法很多,以下分两类进行概述。

3.1 基于控制对象的摄像机非线性畸变校正

3.1.1 基于偏差目标函数的最小优化法^[1,2]

这种方法在早期的摄影测量学中有所应用,而现在的计算机视觉中则应用较少。它是首先利用控制对象的实际世界坐标与其对应的图像像素坐标之间的映射关系来建立一个包含摄像机的内部、外部参数和镜头畸变参数的方程组,然后选择一组待求参数的初始值,同时建立一个残差目标检验函数,并通过进行迭代运算来求得当目标残差为最小值时的畸变系数,以用于图像校正。这种常用的校正方法有直接非线性最小优化法和基于控制直线的方法。其中,直接非线性最小优化法的偏差目标函数一般是通过控制点的实际世界坐标与其对应的图像像素坐标之差的平方差来建立;而基于控制直线的方法的偏差目标函数则通常如下式所示:

$$F = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} (\hat{x}_n \cos \theta_m + \hat{y}_n \sin \theta_m - \rho_m)^2 \quad (5)$$

其中, ρ 、 θ 分别为 (x, y) 点到图像中心点连线的长度和这条连线与 X 轴方向的夹角, M 为所取的特征线的数量, N_m 为第 m 条特征线上的采样点数。

3.1.2 基于独立性参数的图像校正^[4]

这一方法由复旦大学的丰文义等人提出,并在

图像的线性变形和双线性变形校正中进行了应用。该方法假定原图像的内容限制在一个方块内,而且原图像按像点存储时,其像点是均匀分布的。在以上假设下,如果将图像中点的纵横坐标 x 和 y 看成两个随机变量,那么对图像的所有像点而言,原图像的两个随机变量取值应相互独立,并满足

$$p(x, y) = p(x)p(y) \quad \forall x, y \quad (6)$$

式中, $p(x, y)$ 为两个随机变量 x 和 y 的联合分布概率密度,而 $p(x)$ 、 $p(y)$ 为 x 和 y 各自的分布概率密度。由此可以看到,除了线性变换中的放大、缩小和平移不会导致式(6)不成立外,其他变换,如旋转、倾斜和非线性变换都将导致式(6)不再成立。也就是说,变形图像点的纵横坐标不再是独立取值。由此即可定义描述一幅图像变形程度大小的独立性参数 D ,其计算式为

$$D = \iint (p(x, y) - p(x)p(y))^L dx dy \quad (7)$$

显然,当式(6)成立时, D 值为零;当图像变形后,式(6)就不再成立,由于此时变形图的 D 值大于零,因此可以通过优化独立性参数 D 来确定变形参数,以便进行图像校正。

3.1.3 空间坐标的多项式变换方法^[5]

摄像机拍摄图像的几何畸变显然是非线性的,通常可用坐标间的多项式变换来表示该非线性变换,即令点 (x, y) 是校正前图像的任一点,则采用多项式变形技术时,点 (x, y) 与校正后图像的对应点 (u, v) 的关系式为

$$\begin{cases} x = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{i,j} u^i v^j \\ y = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{i,j} u^i v^j \end{cases} \quad (8)$$

式中, $a_{i,j}$ 、 $b_{i,j}$ 为多项式的系数, n 为多项式的次数。

若要使拟合误差平方和 ε 为最小,也就是使

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^L \left[x_i - \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{i,j} u_i^i v_i^j \right]^2 \quad (9)$$

最小,则需求

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_{i,j}} = 2 \sum_{i=1}^L \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{i,j} u_i^i v_i^j - x_i \right] u_i^i v_i^j = 0 \quad (10)$$

由此得到

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{i,j} u_i^i v_i^j \right] u_i^i v_i^j &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{i,j} \left[\sum_{i=1}^L u_i^{i+s} v_i^{j+t} \right] \\ &= \sum_{i=1}^L x_i u_i^s v_i^t \end{aligned} \quad (11)$$

同理可得

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{i,j} u_i^i v_i^j \right] u_i^i v_i^j &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{i,j} \left[\sum_{i=1}^L u_i^{i+s} v_i^{j+t} \right] \\ &= \sum_{i=1}^L y_i u_i^s v_i^t \end{aligned} \quad (12)$$

式中, L 为控制点对的个数; $s=0, 1, 2, \dots, n$; $t=0, 1, \dots, n-s$; $s+t \leq n$ 。

通过分别解式(11)和式(12)即可求出 $a_{i,j}$ 、 $b_{i,j}$, 再将其代入式(8)就可实现两个坐标系之间的变换。

3.2 基于模式的摄像机非线性畸变校正

3.2.1 基于径向排列约束 (radial alignment constraint, RAC) 的两步法^[6,7]

这种方法由 Tsai 首先提出,其求解过程是通过以下两步运算完成:第 1 步不考虑摄像机非线性畸变,直接求解摄像机的主要外部参数和比例系数;第 2 步将第 1 步中的结果作为已知参数,首先不考虑图像的畸变,求出有效焦距和世界坐标系到光心坐标系在 Z_c 方向上的位移近似值,然后再考虑图像畸变,将上述解得的所有参数作为已知参数,进一步求出有效焦距和世界坐标系到光心坐标系在 Z_c 方向上的位移精确解以及变形系数 k_1 、 k_2 。

3.2.2 基于摄像机模型的校正方法^[8]

这种方法的基本原理是通过控制摄像机的近似姿态来简化摄像机模型,以达到求解摄像机非线性变形系数的目的。该校正方法是假定光心坐标系相对世界坐标系的旋转矩阵为单位矩阵(即无旋转),且光心的像素坐标为 $(0, 0)$, 则有

$$f \cdot \frac{x_w + t_x}{z_w + t_z} = x \cdot (1 + k_1 r^2) \quad (13)$$

$$f \cdot \frac{y_w + t_y}{z_w + t_z} = y \cdot (1 + k_2 r^2) \quad (14)$$

其中, f 为焦距。

具体实现时,首先找一平面物体(由于对平面上的点, t_z 为一定值,故可归入 z_w 中),同时使像平面与该物体平面平行,并尽可能消除 Z 轴方向旋转,且尽可能保证在平面上无旋转;然后摄取图像和至少找到图像上与物体平面上的 3 组对应点,并测量或计算出它们的坐标;最后将每一组对应点代入式(13)和式(14),再利用最小二乘法分别找到

$$\sum_{i=1}^N \left[f \cdot \frac{x_i^w + t_x}{z_i^w + t_z} - x_i (1 + k_1 r_i^2) \right]^2$$

和

$$\sum_{i=1}^N \left[f \cdot \frac{y_i^w + t_y}{z_i^w + t_z} - y_i (1 + k_2 r_i^2) \right]^2$$

为最小值的估计值 \hat{k}_1 和 \hat{k}_2 , 作为 k_1 和 k_2 的真实值, 即可实现图像的非线性畸变校正。

3.2.3 基于光学成像规律的工程校正方法^[9]

综合考虑光学成像和图像采集的各种尺度变换, 并以 f_x, f_y 分别表示行、场方向的等效焦距, 那么在理想正直摄像的情况下, 有下列关系成立:

$$\begin{cases} u = f_x \frac{x_c}{d} \\ v = f_y \frac{y_c}{d} \end{cases} \quad (15)$$

式中, d 为均距, u, v 为对应的数字图像坐标。先从式(15)中分别求得 x_c, y_c 的表达式, 再将其代入摄像机镜头径向畸变表达式, 可得

$$\begin{cases} \Delta u = (u - u_0) [k_1 (u - u_0)^2 + k_2 (v - v_0)^2] \\ \Delta v = (v - v_0) [k_1 (u - u_0)^2 + k_2 (v - v_0)^2] \end{cases} \quad (16)$$

其中, k_1, k_2 分别为计算机帧存图像 U, V 方向的径向畸变系数, 然后即可考虑利用光学成像的几个基本规律和工程实验手段来进行求解。摄像机成像过程通常具有以下特性:

- (1) 视线上的所有物点都成像在像面上同一位置;
- (2) 直线成像后仍为直线;
- (3) 光轴中心附近畸变误差最小;
- (4) 物方相同长度的两条直线, 正直条件下, 成像在像面上的对应两条线段长度也相同。

这样, 利用第 1 个特性, 就可以对成像中心位置进行测定; 利用第 2、3 个特性, 就可以测定像面的坐标轴指向, 从式(16)可知, 当 $v = v_0$ 时, 过图像中心的水平线在垂直方向上没有失真, 当 $u = u_0$ 时, 过图像中心的垂直线在水平方向上没有失真, 为了简化运算, 求畸变系数 k_1, k_2 可分别在这两条线上进行; 利用第 3、4 个特性, 则可以分别求出畸变系数 k_1, k_2 。

3.2.4 基于斜率的摄像机镜头畸变校正方法^[10]

摄像机镜头畸变的校正就是确定摄像机镜头的畸变系数, 在基于一阶径向畸变的小孔模型中, 就是求解摄像机镜头径向畸变系数 k 。现讨论摄像机镜头的光轴垂直于物体平面的情形, 即世界坐标系的 $o_w x_w y_w$ 平面平行于摄像机坐标系的 $o_c x_c y_c$ 平面。此时摄像机坐标系相对世界坐标系的

的旋转矩阵为 $R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, θ 为绕 z_c 轴的

旋转角。对于世界坐标系中的 z_w 坐标值相同的

任意两个点, 由于由它们组成的线段, 在摄像机坐标系中的斜率与图像坐标系中理想投影的斜率是相等的, 因此可以基于这个原理来建立方程求解摄像机镜头的畸变系数。用世界坐标系的坐标表示的摄像机坐标系中的斜率如下:

$$m_1 = \frac{y_2^c - y_1^c}{x_2^c - x_1^c} = \frac{\Delta y_w - n \Delta x_w}{n \Delta y_w + \Delta x_w} \quad (17)$$

其中, $\Delta x_w = \Delta x_2^w - x_1^w, \Delta y_w = \Delta y_2^w - y_1^w, n = \sin\theta / \cos\theta$ 。

根据式(4), 用真实的图像坐标表示图像坐标系中理想投影的斜率如下:

$$m_2 = \frac{\hat{y}_2 - \hat{y}_1}{\hat{x}_2 - \hat{x}_1} = \frac{y_2(1 + k r_2^2) - y_1(1 + k r_1^2)}{x_2(1 + k r_2^2) - x_1(1 + k r_1^2)} \quad (18)$$

考虑 $m_1 = m_2$, 由 3 个 z 坐标相同且不共线的点可以得到至少两个方程, 即可求得系数 k , 由于模型本身是近似的, 故可加入多个点, 这虽然使得所建立的方程数多于未知的参数数目, 但可以采用最小二乘法求出能最好近似满足多个特征点的畸变系数 k 。

3.2.5 变焦距地址修正法^[11-13]

根据牛顿成像定理, 目标高度 r 与对应影像高度 \hat{r} 之间的计算关系为 $\hat{r} = r \times \frac{f}{d - f}$, 在物距 d 一定

的情况下, 焦距 f 愈大, 影像高度 \hat{r} 愈大。由于大视场角使得广角镜不能再等效为理想透镜, 而是一个焦距随着目标离光轴距离变化而变化的成像系统, 因此, 随着目标离光轴距离 r 的增加, 焦距 f 将随着减小, 其所成影像就产生了桶形失真。由广角镜成像产生的几何失真就是属于这种情况。由以上的分析可看出, 由于桶形失真可以看成像素点向心径向收缩, 且随着目标距光轴距离 r 的增加, 收缩率增大, 因此, 如果让焦距随目标距光轴中心距离 r 的增大而增大, 则可使失真图像中的像素按不同膨胀率离心径向增大, 以便实现几何失真校正。变焦距地址修正法就是采用虚拟数字成像的方法, 以失真图像为目标, 使距图像中心不同距离的像素点具有不同的焦距 f , 并且焦距 f 随像素点距图像中心距离 r 的增大而增大, 所成的像即为校正后图像。

假设大视场摄像机镜头各向同性, 而且物像空间媒质均匀, 则图像像素的失真程度仅与像素距图像中心的距离有关, 即距图像中心距离相等的像素点的失真程度基本相等。由此可以推断出焦距 f 是一个随像素点距图像中心的距离 r 的大小而变化的量。 $Q(u_q, v_q)$ 为图像上任一像素点, $O(u_0, v_0)$ 为此图像的中心, \hat{r}_{\max} 为 \vec{OQ} 最大长度, 图像上任一像素点

距图像中心距离 $\hat{r} = \sqrt{(u_Q - u_0)^2 + (v_Q - v_0)^2}$, 为简化分析, 假设焦距 f 与 \hat{r} 呈线性关系, 即 $f = k \times (\hat{r} - \hat{r}_{\max}) + b$ 。另外, 设物距为 d , 为了使校正后的图像和原图像的大小一样, 必须使 $\hat{r} = \hat{r}_{\max}$, 因为只有当 $\hat{r} = \hat{r}_{\max}$ 时, 才有 $f = \frac{d}{2}, b = \frac{d}{2}$, 所以 $f = k \times (\hat{r} - \hat{r}_{\max}) + \frac{d}{2}$ 。又因为对于任一像素点, 焦距 f 均应大于 0, 所以可得 $k < \frac{d}{2 \times r_{\max}}$ (经实验, k 的经验取值可为 $k < \frac{d}{2 \times r_{\max}}$)。若已知焦距 f , 且像素点距图像中心的距离 \hat{r} 可看成目标高度, 则所得成像高度 $\bar{r} = \hat{r} \times \frac{f}{d - f}$, 且 \bar{r} 为经校正后的失真像素点 $Q(u_Q, v_Q)$ 距图像中心的距离, 设校正后的计算机帧存图像像素坐标为 (\hat{u}, \hat{v}) , 则可得如下校对方程

$$\begin{cases} \hat{u} = u_0 + \bar{r} \times \cos\alpha \\ \hat{v} = v_0 + \bar{r} \times \sin\alpha \end{cases} \quad (19)$$

其中, $\cos\alpha = \frac{u_Q - u_0}{\hat{r}}, \sin\alpha = \frac{v_Q - v_0}{\hat{r}}$ 。

4 结 语

以上所介绍摄像机非线性畸变校正方法, 总体上可分为基于控制对象的方法和基于模式的方法两大类, 且它们原理各不相同, 实用中也各有优缺点。

其中, 基于控制对象的方法需要预先设定控制目标的世界坐标和图像的像素坐标, 然后还需建立目标函数(包括偏差函数、独立性参数、拟合误差), 最后通过最优化目标函数的方法来求解变形系数, 才能实现摄像机镜头的非线性畸变校正。虽然基于控制对象的方法精度较高, 且畸变系数的求解独立于相机其他参数的求解, 但由于运算大多运用非线性迭代, 运算较为复杂, 计算量大, 而且计算开始需要选取合适的初值, 因此在实时性要求较高的场合应用较少。这类校正方法中, 基于偏差目标函数的最小优化法, 一般不需要特定的标定装置, 且针对相机的特定状态只需要标定 1 次; 基于独立性参数的图像校正, 对于较一般的非线性变形, 理论上虽可以用这种方法加以校正, 但由于参数较多, 而且需要预先估计变形的模型, 所以比较复杂; 空间坐标的多项式变换方法中二次多项式变形技术虽比较稳定, 但

校正不了畸变比较复杂的图像, 而三次多项式变形技术则由于比较灵活, 且易于通过选取不同的控制点加以控制, 因此对于光学镜头的固有畸变以及由透视和倾斜产生的畸变都具有较好的校正效果。

基于模式的校正方法是基于摄像机的成像模型、姿态模型和光学特性来实现图像的非线性畸变校正, 但需要预先知道相应的模型和特性, 其在方法上尽管有一定的近似性, 但运算过程较为简洁, 工程实用性较强。这类校正方法中, 基于 RAC 的两步法虽只能求解径向变形, 但其概念和方法更易于接受, 一般的工程应用也能够满足要求; 基于摄像机模型的校正方法利用实验将非线性方程简化为线性方程, 从而简化了计算, 同时校正效果良好; 基于光学成像规律的工程校正方法简单有效地解决了径向畸变校正问题, 它能够通过缩小网格间距、增加网格点数目, 使测量精度控制在 1% 以内; 基于斜率的摄像机校正方法则不必标定太多的摄像机外参数, 不仅校正过程简单快捷, 而且具有很强的鲁棒性和较好的校正精度; 变焦距地址修正法比多项式法更能有效完成大视场失真图像的非线性校正, 但它不能完成透视失真的校正, 且非线性失真系数缺乏精确的定量选择方法。

综上所述, 采用何种方法进行摄像机非线性畸变校正需要根据校正精度、运算量、实时性等方面的要求来确定, 一般情况下, 为了避免引入过多的非线性系数所带来的复杂性以及解的不稳定性, 通常只考虑摄像机镜头的径向畸变, 而且采用基于模式的方法进行校正。

参考文献 (References)

- 1 Faig W. Calibration of close-range photogrammetric systems; mathematical formulation[J]. Photogrammetric engineering & Remote Sensing, 1975, 41: 1479 ~ 1486.
- 2 Jiang Dazhi, Yu Qian, Wang Binyang, et al. Research and overview of imaging nonlinear distortion in computer vision [J]. Computer Engineering, 2001, 27(12): 108 ~ 110. [姜大志, 郁倩, 王冰洋等. 计算机视觉成像的非线性畸变研究与综述[J]. 计算机工程, 2001, 27(12): 108 ~ 110.]
- 3 Jiang Dazhi, Sun Junlan, Yu Qian, et al. Research on solving nonlinear distortion of camera lens by standard graphic method[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2001, 31(4): 111 ~ 116. [姜大志, 孙俊兰, 郁倩等. 标准图形法求解相机镜头非线性畸变的研究[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2001, 31(4): 111 ~ 116.]
- 4 Feng Wenyi, Liu Bin, Ling Xieting, et al. Unsupervised image shape

- restoration based on IDP[J]. *Journal of Fudan University(Natural Science)*, 1995, 34(3):255 ~ 261. [丰文义, 刘斌, 凌肇亭等. 基于独立性参数的无导师图像变形校正[J]. *复旦大学学报(自然科学)*, 1995, 34(3):255 ~ 261.]
- 5 Liao Shizhong, Gao Peihuan, Su Yi, *et al.* A geometric rectification method for lens camera[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2000, 5(7):593 ~ 595. [廖士中, 高培焕, 苏艺等. 一种光学镜头摄影机图像几何畸变的修正方法[J]. *中国图象图形学报*, 2000, 5(7):593 ~ 595.]
- 6 Tsai R Y. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision[A]. In: *Proceedings of International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]*, Miami Beach, FL, USA, 1986, 6:364 ~ 374.
- 7 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE Journal of Robotics Automation*, 1987, 3(4):323 ~ 344.
- 8 Wang Yadong, Ding Mingyue, Peng Jiaxiong. Correction of distortion image based on camera model[J]. *ACTA Automatica Sinica*, 1997, 23(5):717 ~ 720. [王亚东, 丁明跃, 彭嘉雄. 一种基于摄像机模型的畸变图像校正方法[J]. *自动化学报*, 1997, 23(5):717 ~ 720.]
- 9 Zeng Luan. A remedy method of aberration in the lens of short focus [J]. *Journal of Institute of Command and Technology of Equipment*, 2002, 13(2):53 ~ 55. [曾峦. 短焦距摄像机镜头的畸变校正方法[J]. *装备指挥技术学院学报*, 2002, 13(2):53 ~ 55.]
- 10 Zhang Yanzen, Ou Zongying, Xue Bindang. Error correction method based on slope for camera radial distortion[J]. *Mini-Micro System*, 2002, 23(5):625 ~ 627. [张艳珍, 欧宗瑛, 薛斌党. 一种基于斜率的摄像机畸变校正方法[J]. *小型微型计算机系统*, 2002, 23(5):625 ~ 627.]
- 11 Wang Guoyou, Yu Like, Zhang Tianxu, *et al.* A new method for geometric correction of distortion image with large field of view[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 1996, 11(2):112 ~ 115. [汪国有, 俞立科, 张天序等. 一种新的大视场景象的几何失真校正方法[J]. *数据采集与处理*, 1996, 11(2):112 ~ 115.]
- 12 Juyang W, Paul C, Marc H. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(10):965 ~ 980.
- 13 Yoshihiko N, Michihiro S, Hiroshi N, *et al.* Simple calibration algorithm for high-distortion-lens camera[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(11):1095 ~ 1099.